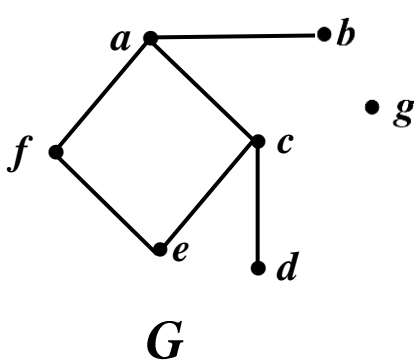


باسمه تعالی

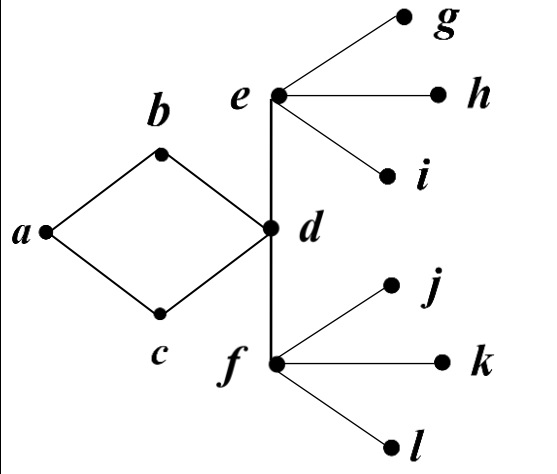
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) برای اعداد صحیح a، b و c که $a \neq 0$، اگر $a \mid b + c$ آن گاه $a \mid b$ یا $a \mid c$.</p> <p>ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) \mid b$.</p> <p>د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم؛ a و b نسبت به هم اول اند.</p>	۱
۲	<p>برای هر دو عدد حقیقی x و y، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید:</p> $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۱/۲۵
۳	<p>به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر a عدد صحیح فرد باشد و $a + 2 \mid b$، آن گاه b نیز عددی فرد است.</p>	۱
۴	<p>اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به طوری که $7 \mid 2k + 1$، ثابت کنید:</p> $49 \mid 4k^2 - 10k - 6$	۱/۲۵
۵	<p>باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.</p>	۱
۶	<p>معادله هم نهشتی $1402x \equiv 11^9$ را حل کنید.</p>	۱/۵
۷	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می گوییم.</p> <p>ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است.</p> <p>ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است.</p> <p>د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می گوییم.</p>	۱
۸	<p>گراف G به صورت زیر رسم شده است. باتوجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.</p> <p>ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.</p> <p>ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.</p> <p>د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.</p> <p>ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.</p>	۲/۵
	«ادامه سؤالات در صفحه دوم»	

سؤالات آزمون نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p>	
۱۰	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱
۱۱	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟	۰/۷۵
۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن‌که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱/۵
۱۳	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱/۵
۱۴	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ($1 \leq n \leq 500$) چند عدد وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱/۲۵
۱۵	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱
	« پیروز و سربلند باشید.»	جمع بارم
		۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۹ صبح		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح				نمره	
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ص ۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (ص ۱۱) ج) درست (۰/۲۵) (ص ۲۵) د) درست (۰/۲۵) (ص ۱۳)					۱	
۲	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (ص ۸)$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x + y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x - 2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p>					۱/۲۵	
۳	$b = 2k, b \mid a + 2 \Rightarrow \underbrace{a + 2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (ص ۱۶)</p>					۱	
۴	$7 \mid 2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{49 \mid 4k^2 + 4k + 1}_{(0/5)} \\ \underbrace{49 \mid 14k + 7}_{(0/5)} \end{cases} \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 10k - 6 \quad (ص ۱۶)$					۱/۲۵	
۵	$\underbrace{63 \equiv -1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{63^{14} \equiv 1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{A^{16} \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow r = 2 \quad (ص ۲۱)$					۱	
۶	$\underbrace{(1 + 4 + 0 + 2)x \equiv 1 + 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv -7}_{(0/25)}$ $\underbrace{(7, 9) = 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{x \equiv -1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{x = 9k - 1}_{(0/25)}$					۱/۵	
۷	الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹) ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰) ج) $p - 1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲) د) $-k$ - منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)					۱	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			
۸	<p>(ص ۳۶) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (ج) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>(ص ۳۹) $2q = 12$ (ب) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>(ص ۳۵) $p = 7, q = 6$ (الف) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>(ص ۳۸) $q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21$ (د) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>(ص ۳۸) $acefa$ (د) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p>			
۹	<p>(ص ۴۹) (*) $\underbrace{\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{p}{\Delta + 1} \right\rfloor}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) \geq 3}_{(۰/۵)}$ (الف)</p> <p>از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*) پس: $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>(ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>(ج) $C = \{a, e, f, b\}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیرمینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p>			
۱۰	<p>(ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)</p>			
۱۱	<p>(ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)</p>			
۱۲	<p>(ص ۶۱) $x_1 + x_3 + x_5 = 8$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)}$</p> <p>$x_5 - 3 = y_5 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_5 = 5 \Rightarrow \underbrace{\binom{7}{2}}_{(۰/۵)} = 21$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)}$</p>			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۹ صبح		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه																			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱																					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲																									
ردیف		راهنمای تصحیح																							
نمره																									
۱۳	نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵) <table><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> <table><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ص ۶۵)							۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳
۲	۱	۳																							
۱	۳	۲																							
۳	۲	۱																							
۳	۱	۲																							
۲	۳	۱																							
۱	۲	۳																							
۱۴	(ص ۷۵) $ A = \left[\frac{500}{5} \right] = 100, B = \left[\frac{500}{4} \right] = 125, A \cap B = \left[\frac{500}{20} \right] = 25$ $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$																								
۱۵	(ص ۸۲) $k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2, n = 3 \times 4 = 12 \Rightarrow kn + 1 = 12 \times 2 + 1 = 25$																								
۲۰	جمع نمره																								